Εισαγωγή – Οι έννοιες

Στις φυσικές επιστήμες μελετούμε τα φυσικά φαινόμενα. Τα φυσικά φαινόμενα είναι οι μεταβολές που συμβαίνουν στη φύση. Για να περιγράψουμε και να ερμηνεύσουμε αυτές τις μεταβολές απαιτείται η δημιουργία των κατάλληλων εννοιών. Για παράδειγμα για να περιγράφουμε ένα απλό φυσικό φαινόμενο π.χ. την πτώση ενός σώματος από κάποιο ύψος χρειαζόμαστε τις έννοιες ύψος, χρονική διάρκεια, χρονική στιγμή, ταχύτητα και επιτάχυνση. Στις έννοιες αυτές αντιστοιχούν φυσικά μεγέθη. Αυτές έχουν ιστορική εξέλιξη. Κάποτε δεν υπήρχαν ή αν υπήρχαν είχαν άλλη σημασία. Στις απαρχές του πολιτισμού δεν θα περιγραφόταν το ίδιο φαινόμενο με τον ίδιο τρόπο που περιγράφεται σήμερα. Δεν θα μπορούσε για παράδειγμα ένας κάτοικος της αρχαίας Αιγύπτου όσο καλός «επιστήμονας» και αν ήταν να περιγράψει την πτώση ενός σώματος όπως ένας σημερινός μαθητής γυμνασίου. Ούτε θα μπορούσε να συναγάγει από πολλές παρατηρήσεις το ότι τα σώματα πέφτουν (υπό προϋποθέσεις) με την ίδια επιτάχυνση. Αυτό δεν μπορούσε να γίνει γιατί δεν διέθετε το λεγόμενο εννοιολογικό οπλοστάσιο, δηλαδή δεν διέθετε την έννοια της ταχύτητας σαν ρυθμό μεταβολής της μετατόπισης ούτε πολύ περισσότερο της έννοια της επιτάχυνσης σαν ρυθμό μεταβολής του ρυθμού μεταβολής της μετατόπισης. Αυτές οι έννοιες απέκτησαν περιεχόμενο πολύ αργότερα, από την εποχή του Γαλιλαίου και μετά. Και παρότι οι πτώσεις των σωμάτων γινόταν όπως και σήμερα αυτός ο αρχαίος «επιστήμονας» δεν μπορούσε να τις περιγράψει και να τις μελετήσει όπως σήμερα. Φαίνεται έτσι ότι με επαρκές εννοιολογικό οπλοστάσιο μπορούμε να περιγράψουμε και να μελετήσουμε καλύτερα ένα φυσικό φαινόμενο.

Τα φυσικά μεγέθη

-Χωρίζονται σε κατηγορίες:Μονόμετρα, Διανυσματικά κ.α
Θεμελιώδη και παράγωγα

-Μετρώνται

-Συσχετίζονται

Μονόμετρα και διανυσματικά.

Μια καλή διάκριση μεταξύ των μεγεθών που θα μπορούσαμε να κάνουμε για τους μαθητές είναι με ένα παράδειγμα να κάνουμε τον ορισμό τους λειτουργικό. Να πούμε για παράδειγμα αφ’ ενός
προσθέστε 50g ζάχαρη με 30g ζάχαρη.
πόση ζάχαρη έχετε;

και αφ’ ετέρου
κάποιος περπατάει 40m προς τα ανατολικά και στην συνέχεια 30m προς τον βορά.
πόσο μετατοπίστηκε συνολικά; πόσο περπάτησε;

Στην πρώτη περίπτωση θα απαντήσουν σωστά, στην δεύτερη μας δίνεται η ευκαιρία να καθοδηγήσουμε την απάντηση και ταυτοχρόνως να κάνουμε διάκριση της έννοιας της μετατόπισης απ' αυτή του διαστήματος.

Μονάδες-Διαστάσεις

Για να παρουσιαστεί η αξία των διαστάσεων και των μονάδων μέτρησης παρουσιάζεται το πρόβλημα «Το χαρτζιλίκι του μαθητή και το ποδήλατο»:

Χαρτζιλίκι μαθητή:	100€/μήνα	
Έξοδα του μαθητή:		
	2€/ημέρα	κυλικείο
	3€/εβδομάδα	κινητό ομιλία και μηνύματα
	8/μήνα	MBytes για download

Το ποδήλατο κοστίζει 200€. Σε πόσους μήνες ο μαθητής μπορεί να αγοράσει ποδήλατο;

Οπότε η λύση προκύπτει από την ακόλουθη κατάταξη:
200€ = (100[€/μήνα] – 2[€/ημέρα] – 3[€/εβδομάδα] – 8[€/μήνα]) · Χ[μήνες]
Παρατηρούμε ότι τα μεγέθη δεν έχουν τις ίδιες μονάδες οπότε για να κάνουμε πράξεις πρέπει να κάνουμε μετατροπή των μονάδων. Έτσι:

2[€/ημέρα] = 2$\left[\frac{€}{\frac{1}{30}\mu\acute{\eta}\nu\varepsilon\varsigma}\right]$, 3[€/εβδομάδα] = 3$\left[\frac{€}{\frac{1}{4}\mu\acute{\eta}\nu\varepsilon\varsigma}\right]$

Τελικά προκύπτει ότι ο μαθητής θα αγοράσει το ποδήλατο σε 10 μήνες.

Τώρα όσο αφορά στις εξισώσεις διαστάσεων αυτές υπόκεινται στην αρχή της διαστατικής ομοιογένειας δηλαδή η εξίσωση που εκφράζει ένα φυσικό φαινόμενο είναι αλγεβρικά σωστή εάν τα θεμελιώδη μεγέθη είναι ισοδύναμα στα δύο μέρη της εξίσωσης.

Οι διαστάσεις στα δύο μέρη μίας εξίσωσης μπορούν να εκφραστούν ως :

$$\mathbf{M^a\ L^b\ T^c = M^d\ L^e\ T^f}$$

Η εξίσωση θα είναι ομοιογενής εάν a=d, b=e, c=f.

Παράδειγμα:

Εξετάζουμε την απόσταση (Χ) που διανύει ένα σώμα κινούμενο με την επιτάχυνση της βαρύτητας:

$$X = \frac{1}{2}\cdot g\cdot t^2$$

Αριστερό σκέλος της εξίσωσης:

$[X]=[L]$

Δεξιό σκέλος της εξίσωσης:

$[1/2] = [M^0L^0T^0]$ (αδιάστατο μέγεθος)

$[g] = [L^1T^{-2}]$

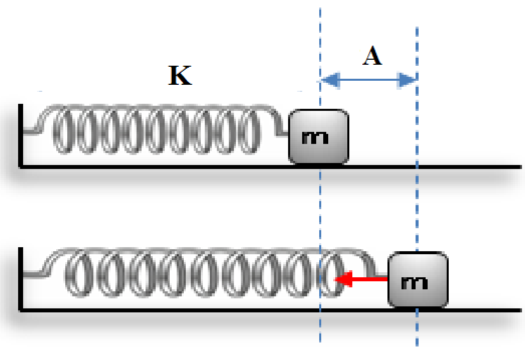
$[t^2]=[T^2]$

Κατά συνέπεια:
[αριστερό σκέλος]=[δεξιό μέλος] = [L]

Η γενίκευση που θέλουμε να εκμαιεύσουμε από το παράδειγμα, αν και δεν προκύπτει αβίαστα, είναι ότι η απόσταση που διανύει ένα σώμα πέφτοντας ελεύθερα έχει μονάδες μήκους ανεξάρτητα από τις μονάδες μέτρησης. Προφανώς η γενίκευση δεν περιέχει πληροφορίες για τον αδιάστατο συντελεστή ο οποίος μπορεί να προκύψει από περαιτέρω μαθηματική η πειραματική διερεύνηση.

Η διαστατική ανάλυση είναι μία τεχνική που κάνει χρήση της μελέτης των διαστάσεων για τη λύση των προβλημάτων της φυσικής.
Οι εφαρμογές της διαστατικής ανάλυσης είναι:
-Ο έλεγχος της διαστατικής ομογένειας των εξισώσεων
-Σχεδιασμός των πειραμάτων και αξιολόγηση των πειραματικών αποτελεσμάτων
-Καλύτερη κατανόηση των φυσικών φαινομένων

Στη συνέχεια αναπτύσουμε σύντομα ένα παράδειγμα για την εκτίμηση της ισχύος του εργαλείου της διαστατικής ανάλυσης. Το παράδειγμα, αναπτύσσεται μαζί με άλλα, στο σύνδεσμο Πανεπιστήμιο Κρήτης Διαστατική Ανάλυση Στ. Τραχανάς
Υποθέστε ότι διαθέτουμε ένα ελατήριο σταθεράς K συνδεμένο με ένα σώμα μάζας m, όπως στο σχήμα



Εκτείνουμε το ελατήριο και το αφήνουμε ελεύθερο. Θέλουμε να εκτιμήσουμε τη κυκλική συχνότητα ταλάντωσης του σώματος.
Κάνουμε την υπόθεση ότι η κυκλική συχνότητα εξαρτάται από τα φυσικά χαρακτηριστικά του συστήματός μας K και m καθώς επίσης και από το πόσο εκτείνουμε το ελατήριο A.
Δηλαδή θεωρούμε ότι η κυκλική συχνότητα είναι μια συνάρτηση των K,m και A δηλαδή:

$$\omega=f(K, m, A)$$

εκφράζουμε το ω με διαστάσεις:

$$\omega = K^{\alpha} \cdot m^{\beta} \cdot A^{\gamma} \qquad (1)$$

αλλά

$$[\omega] = T^{-1},$$

$$[K] = \frac{[F]}{L} = MT^{-2} \quad \text{και}$$

$$[A]=L$$

Σύμφωνα με τις παραπάνω σχέσεις έχουμε:

$$[\omega]=[MT^{-2}]^{\alpha} \cdot [M]^{\beta} \cdot [L]^{\gamma} = [T^{-1}]$$

$$[M]^{\alpha+\beta} \cdot [L]^{\gamma} \cdot [T]^{-2\alpha} = [T^{-1}] \qquad (2)$$

Από την (1) και την (2) προκύπτει:

$$\alpha+\beta = 0$$

$$\gamma=0$$

$$-2\alpha = -1$$

άρα

$$\alpha=1/2 \text{ και}$$

$$\beta=-1/2$$

επομένως

$$\omega \sim \sqrt{\frac{K}{m}}$$

Φαίνεται σύμφωνα με τα παραπάνω ότι εκτιμήσαμε από τι και πως εξαρτάται η ω. Βέβαια υπολείπεται για την ορθότητα της εκτίμησής μας και η εκτίμηση μιας επιπλέον αδιάστατης σταθεράς, για την οποία η ανάλυσή μας δεν επαρκεί.

ΣΦΑΛΜΑΤΑ

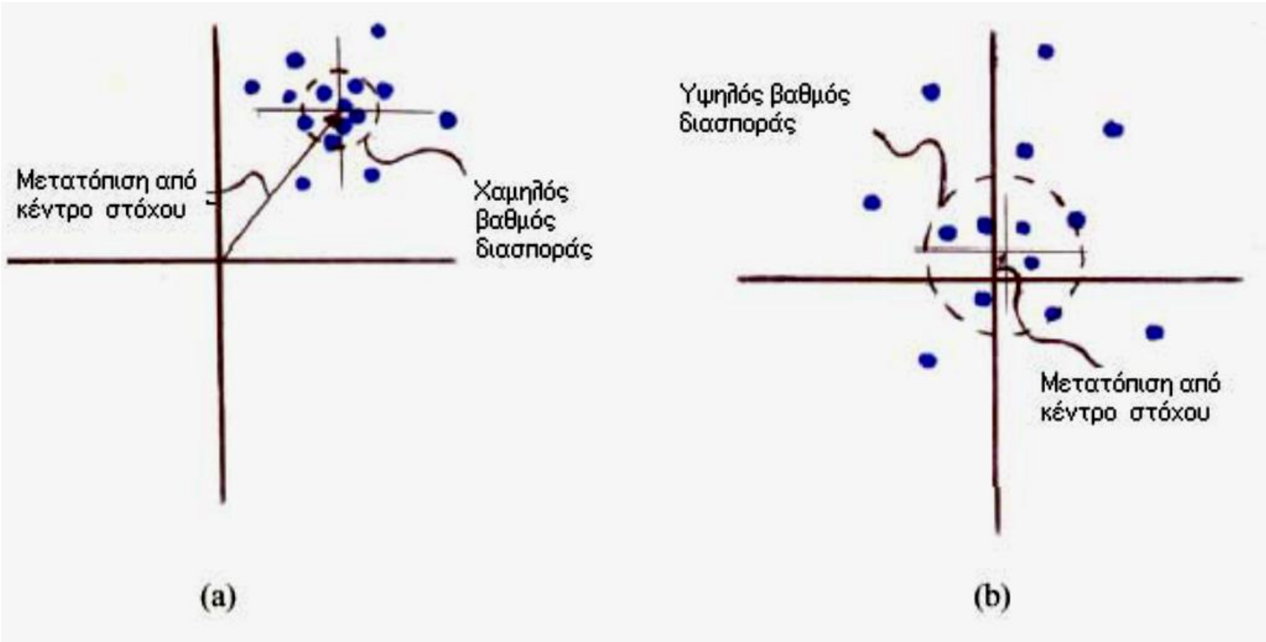
Από το βιβλίο του Ιωάννη Σιανούδη

ΤΥΧΑΙΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ

Τα Τυχαία Σφάλματα σχετίζονται με την Ακρίβεια μιας μέτρησης και είναι εκείνα που ανακύπτουν στατιστικά από την ανάλυση των επαναλαμβανόμενων και πολλαπλών μετρήσεων. Ειδικότερα, ποσοτικοποιούνται με καλύτερη ακρίβεια (και η τάξη μεγέθους τους ελαττώνεται) από την αυξανόμενη πολλαπλότητα των μετρήσεων. Τα Τυχαία Σφάλματα διαπράττονται αναπόφευκτα σε κάθε πειραματική διαδικασία, ακόμα και αν θεωρήσουμε ότι ο πειραματιστής εξαντλεί την προσοχή και την επιμέλειά του. Οφείλονται σε αστάθμητους κι ανεξέλεγκτους παράγοντες (τυχαίες διακυμάνσεις). Επενεργούν άλλοτε κατά τη μία και άλλοτε κατά την άλλη κατεύθυνση, «διασπείροντας» τις πειραματικές τιμές που καταγράφουμε «εκατέρωθεν» (δηλαδή δεξιά κι αριστερά) της πραγματικής τιμής του υπό μέτρηση φυσικού μεγέθους.

ΣΥΣΤΗΜΑΤΙΚΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ

Τα Συστηματικά Σφάλματα εκφράζουν την Πιστότητα μίας μέτρησης. Οφείλονται σε λόγους είτε (α) Θεωρητικούς (Χάριν απλοποίησης της θεωρητικής προσέγγισης ενός φαινομένου, αμελούμε την επίδραση κάποιου παράγοντα και ως εκ τούτου η μέτρηση μας δεν το λαμβάνει υπόψη), είτε (β) Πρακτικούς (Βρίσκονται «εκτός δικαιοδοσίας» του πειραματιστή και συνήθως οφείλονται σε κατασκευαστική ατέλεια του χρησιμοποιούμενου μετρητικού οργάνου, η οποία συνίσταται στο ότι δεν ομοιάζει επακριβώς του θεωρούμενου ως προτύπου). Τα συστηματικά σφάλματα επενεργούν πάντοτε κατά την ίδια κατεύθυνση μετατοπίζοντας «συστηματικά» την καταγραφόμενη τιμή του υπό μέτρηση μεγέθους είτε μόνιμα σε μεγαλύτερη, είτε μόνιμα σε μικρότερη ένδειξη. Χαρακτηριστικό παράδειγμα διάπραξης συστηματικού σφάλματος είναι το εξής: Υποθέστε ότι επιχειρούμε τη μέτρηση ενός μήκους με ένα κανόνα (χάρακα). Κι έστω ότι βρίσκουμε το εν λόγω μήκος να έχει την τιμή των 8 μέτρων. Από τη στιγμή που πληροφορηθούμε ότι ο συγκεκριμένος χάρακας που χρησιμοποιήσαμε δεν έχει μήκος ακριβώς 1m ή 100cm, όπως νομίζαμε, αλλά –λόγω κατασκευαστικών ατελειών- είναι κάπως «ελαττωματικός» με συνέπεια το πραγματικό του μήκος να μην είναι 100cm, αλλά 98cm για παράδειγμα. Οπότε, το υπό μέτρηση μέγεθος (εδώ, μήκος) δεν είναι 8 Χ 100cm = 8 μέτρα, αλλά 8 Χ 98cm. Μπορείτε τώρα μόνοι σας να φανταστείτε ένα παρεμφερές σενάριο για μία υποθετική μέτρηση μάζας με μία «ελαττωματική» ζυγαριά, που δε μετρά «πραγματικά» κιλά, αλλά είναι έτσι κατασκευασμένη ώστε να καταγράφει το 90% κάθε «πραγματικού» κιλού. Προσέξτε τα ακόλουθα λεπτά σημεία: (α) Κατά τη διάρκεια κάθε πειράματος, γνωρίζω ότι κατά πάσα πιθανότητα υποπίπτω σε συστηματικό σφάλμα. Όμως, δε μπορώ να εκτιμήσω ποσοτικά την τάξη μεγέθους του σφάλματος που διαπράττω, παρά μόνο αν συγκρίνω το μετρητικό όργανο που χρησιμοποιώ με κάποιο άλλο που θεωρείται πρότυπο. Αυτός είναι ο μόνος τρόπος να ποσοτικοποιήσω τα συστηματικά σφάλματα. (β) Σε μία πειραματική διαδικασία κι εφόσον το μετρητικό όργανο που χρησιμοποιώ είναι πάντα το ίδιο, το συστηματικό σφάλμα που διαπράττω είναι συνεχώς το ίδιο και μάλιστα μένει ανεπηρέαστο από το πόσες φορές θα εκτελέσω το πείραμα και από το πόσες μετρήσεις θα καταγράψω. Σε αντίθεση, τα τυχαία σφάλματα σχετίζονται με την Ακρίβεια μιας μέτρησης και περιγράφονται από την επαναληψιμότητα της συγκεκριμένης μέτρησης. Ο διαχωρισμός μεταξύ αυτών των δύο εννοιών γίνεται σαφέστερος με το πιο κάτω παράδειγμα του σχήματος. Έστω ότι έχουμε αυτές τις δύο εικόνες που προκύπτουν από τα ίχνη των βολών ενός όπλου σε ένα στόχο. Το όπλο σημαδεύει, με τον ίδιο τρόπο και στις δύο περιπτώσεις, στο κέντρο ενός «πραγματικού» στόχου. Σημειώνουμε ότι το πού θα καταλήξει η κάθε σφαίρα και αντίστοιχα το ίχνος που αυτή θα αποδώσει, μεταβάλλονται τυχαία και δε μπορούν να προβλεφθούν εκ των προτέρων.



Ένα πρώτο σχόλιο που μπορεί να διατυπωθεί σχετικά με την ευστοχία των δύο περιπτώσεων, είναι ότι και στις δύο περιπτώσεις, το κέντρο των βολών είναι συστηματικά μετατοπισμένο από το πραγματικό κέντρο του στόχου, λιγότερο στα ίχνη της εικόνας (b) και περισσότερο στα ίχνη της εικόνας (a). Ύστερα, μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι στην περίπτωση (b) τα ίχνη των βολών είναι περισσότερο «απλωμένα» ή «σκόρπια», απ'ότι στην περίπτωση (a) όπου είναι σαφώς πιο «συγκεντρωμένα» κι «εστιασμένα». Αυτή η κατάσταση αποδίδεται με τον όρο «διασπορά» ή «διασκεδασμός». Δηλαδή, λέμε ότι η κατανομή των σημείων στο σχήμα (b) έχει μεγαλύτερη διασπορά από αυτήν του σχήματος (a).

Ο όρος ΑΚΡΙΒΕΙΑ προτάθηκε για να περιγράψει την αντίθετη έννοια της διασποράς: μεγάλη ακρίβεια συνεπάγεται μικρή διασπορά. Μιλώντας σ' αυτήν τη βάση, η εικόνα

(a) έχει μεγαλύτερη ακρίβεια από την (b). Αντίθετα, η ΠΙΣΤΟΤΗΤΑ της εικόνας (b) υπερέχει αυτήν της εικόνας (a), ή αλλοιώς η εικόνα (b) χαρακτηρίζεται από μικρότερο συστηματικό σφάλμα.

Για περαιτέρω μελέτη στο βιβλίο του Κώστα Χριστοδουλίδη

Επιμέλεια: Κώστας Γκαμπρέλας, Χρήστος Γεωργόπουλος